

МАТЕМАТИКА

Н. Б. ИСТОМИНА, Е. П. ВИНОГРАДОВА, З. Б. РЕДЬКО

Учимся решать комбинаторные задачи



АССОЦИАЦИЯ XXI ВЕК

Н.Б. Истомина, Е.П. Виноградова, З.Б. Редько

УЧИМСЯ РЕШАТЬ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

**Тетрадь по математике
для учащихся 3 класса**

5-е издание

**Издательство
«Ассоциация XXI век»
2011**

УДК 373.167.1:51+51(075.2)

ББК 22.1я71

И89

*Авторы: Истомина Наталия Борисовна
Виноградова Елизавета Павловна
Редько Зоя Борисовна*

Истомина Н.Б., Виноградова Е.П., Редько З.Б.

И89 Учимся решать комбинаторные задачи. Тетрадь по математике для учащихся 3 класса. — 5-е изд. — Смоленск: Ассоциация XXI век, 2011. — 48 с. — ISBN 978-5-418-00200-6.

Тетрадь с печатной основой содержит дополнительный материал к учебнику «Математика 3 класс» (автор Н.Б.Истомина). Выполнение заданий, предложенных в тетради, способствует формированию у учащихся приемов умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение), развивает такие качества мышления, как гибкость и критичность, расширяет представление младших школьников о способах моделирования при решении текстовых задач, способствует формированию умения решать задачи.

Тетрадь можно использовать, работая с детьми и по другим учебникам математики для начальных классов.

УДК 373.167.1:51+51(075.2)

ББК 22.1я71

ISBN 978-5-418-00200-6

© Истомина Н. Б., Виноградова Е. П., Редько З. Б.
© Издательство «Ассоциация XXI век», 2004, 2011

Дорогие девочки и мальчики!

Эта тетрадь является продолжением тетради «Учимся решать комбинаторные задачи» (1—2 классы). Если вы уже выполняли задания из этой тетради, то вы умеете решать комбинаторные задачи способом перебора и составлением таблиц.

В третьем классе вы научитесь решать комбинаторные задачи с помощью схемы, которую называют *деревом возможных вариантов*.

Успехов вам в решении комбинаторных задач!

Авторы

1 1. Прочитай задачу.

Одна обезьяна съела 8 бананов, вторая — 24, третья 16, а четвертая — 9. Сколько бананов съели две обезьяны?

2. Обозначь обезьян номерами 1, 2, 3, 4 и запиши возможные варианты выбора двух обезьян.

_____ и _____ и _____

_____ и _____ и _____

_____ и _____ и _____

3. Ответь на вопрос задачи:

а) Сколько бананов съели первая и вторая обезьяны?

б) Сколько бананов съели первая и третья обезьяны?

в) Сколько бананов съели первая и четвертая обезьяны?

г) Сколько бананов съели вторая и третья обезьяны?

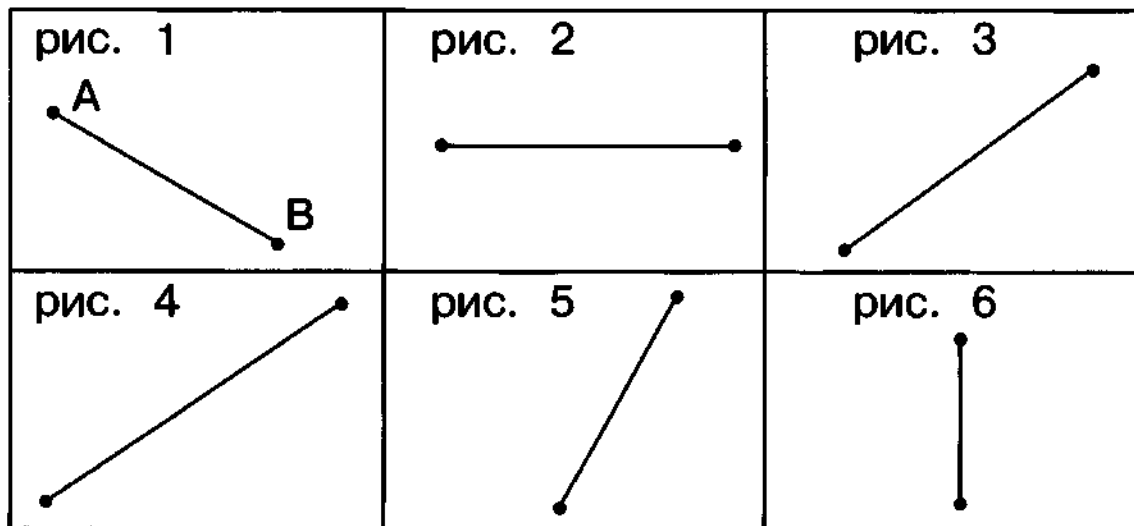
д) Сколько бананов съели вторая и четвертая обезьяны?

е) Сколько бананов съели третья и четвертая обезьяны?

2 1. Прочитай задачу.

Сколько можно обозначить отрезков, используя буквы А, В, С, D так, чтобы среди них не было отрезков, обозначенных одинаковыми буквами?

2. Обозначь отрезки буквами на каждом рисунке и запиши, сколько получится отрезков, соответствующих условию.



3. Проверь свой ответ, заполнив таблицу. Закрась желтым цветом клетки, в которых записаны ответы на вопрос задачи.

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Сколько клеток оказалось закрашенными?

3 1. Прочитай задачу.

У Ани есть сказки А. С. Пушкина (П), Г. Х. Андерсена (А), братьев Гримм (Г) и К. Чуковского (Ч). Девочка взяла на урок чтения книги двух различных авторов. Книги каких авторов Аня могла взять на урок?

2. Пользуясь условными обозначениями, покажи, как Аня может выбрать две книги.

П	А				

Сколько вариантов выбора двух книг у тебя получилось?

3. Проверь свой ответ, заполнив таблицу.

	П	А	Г	Ч
П				
А				
Г				
Ч				

Закрась жёлтым цветом клетки, в которых записаны ответы на вопрос задачи.

Сколько вариантов выбора двух книг у тебя получилось?

4 1. Прочитай задачу.

В школьном конкурсе чтецов приняли участие Маша (М), Рита (Р), Вера (В), Серёжа (С), Надя (Н) и Петя (П). Двое из ребят были награждены грамотами. Кто из детей мог получить грамоты?

2. Запиши возможные варианты награждения участников конкурса, пользуясь способом перебора.

Сколько вариантов у тебя получилось?

3. Заполни таблицу и закрась клетки, в которых записаны ответы на вопрос задачи.

	Маша	Рита	Вера	Серёжа	Надя	Петя
Маша	ММ	МР				
Рита						
Вера						
Серёжа						
Надя						
Петя						

Сколько вариантов у тебя получилось?

5 1. Прочитай задачу.

Как можно разместить на скамейке Настю (Н), Таню (Т), Мишу (М) и Серёжу (С), чтобы мальчики (м) и девочки (д) чередовались?

2, Пользуясь условными обозначениями, запиши все возможные варианты расположения детей на скамейке, соответствующие данному условию.

Н	М	Т	С
д	м	д	м

Т			
д			

М			
м	д	м	д

С			
м			

Н			

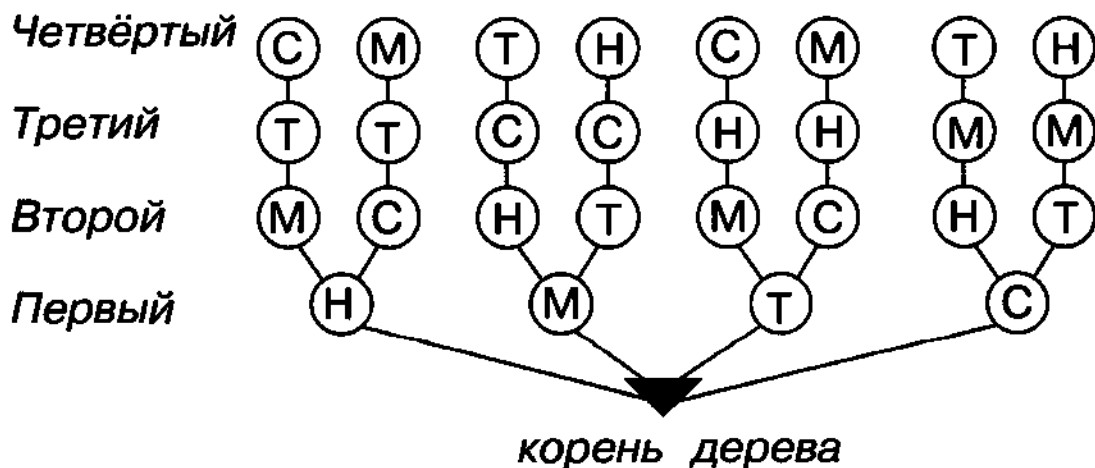
Т			

М			

С			

Способ перебора можно заменить схемой, которую называют **деревом возможных вариантов**.

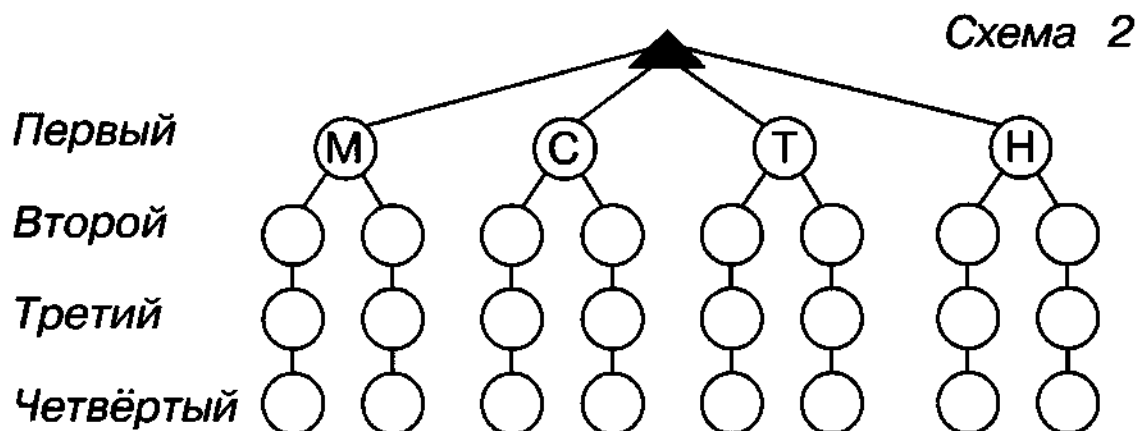
Схема 1



3. Найди на схеме 1 те варианты расположения детей на скамейке, которые ты записал, пользуясь способом перебора. Раскрась одинаковые варианты в пункте 2 и на схеме 1 одним цветом.

Схему-дерево возможных вариантов можно располагать по-разному.

4. Заполни самостоятельно схему-дерево, если корень дерева расположен вверху.



5. Обведи красным цветом веточки на схеме 2, которые соответствуют расположению:

а)

М	Н	С	Т
---	---	---	---

 б)

С	Т	М	Н
---	---	---	---

 в)

Н	С	Т	М
---	---	---	---

6. Обведи синим цветом веточки на схеме 2, которые соответствуют расположению:

а)

Т	С	Н	М
---	---	---	---

 б)

С	Н	М	Т
---	---	---	---

6 1. Прочитай задачу.

Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 2, 7, 9, если цифры в этих числах могут повторяться?

2. Выполни задание, используя различные способы:

а) перебор возможных вариантов

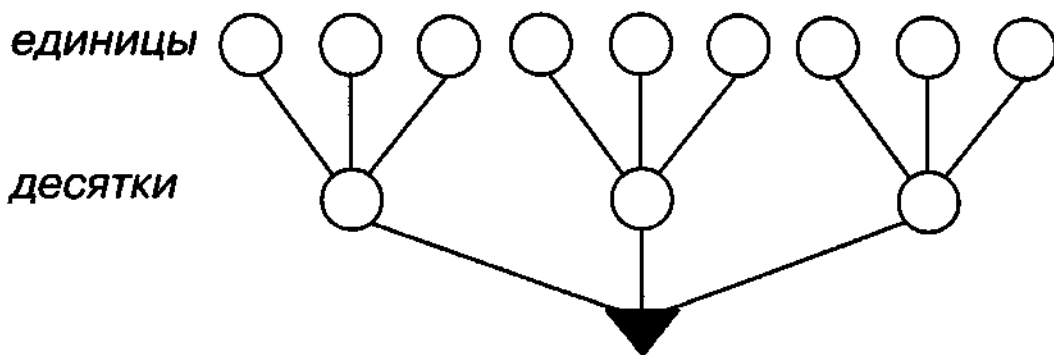
2__ 7__ 9__

2__ 7__ 9__

2__ 7__ 9__

Получилось двузначных чисел.

б) построение схемы — *дерева возможных вариантов*.



3. Используя *дерево возможных вариантов*, запиши получившиеся двузначные числа:

Получилось двузначных чисел.

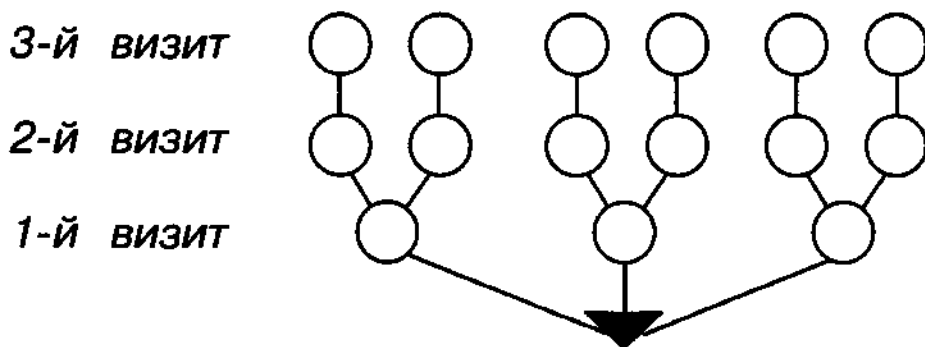
7 1. Прочитай задачу.

Коля решил в воскресенье навестить бабушку (Б), своего друга Петю (П) и старшего брата Володю (В). В каком порядке он может организовать визиты?

2. Пользуясь условными обозначениями, запиши все возможные варианты.

Сколько получилось вариантов?

3. Проверь свой ответ, заполнив схему дерева возможных вариантов.



Сколько получилось вариантов?

4. Обведи красным цветом веточки, на которых показано, что Коля навестил а) сначала Петю, потом старшего брата, потом бабушку; б) сначала старшего брата, потом бабушку, потом Петю.

8 1. Прочитай задачу.

У клоуна четыре берета: красный (К), чёрный (Ч), жёлтый (Ж), зелёный (З) и три рубашки: клетчатая (1), полосатая (2), в горошек (3). Сможет ли клоун в течение двух недель надевать каждый день разные комплекты «берет — рубашка»?

2. Пользуясь условными обозначениями, выпиши различные варианты комплекта «берет — рубашка», которые клоун может использовать для выступлений.

1	К						

Сколько вариантов комплекта у тебя получилось?

3. Проверь свой ответ, заполнив таблицу.

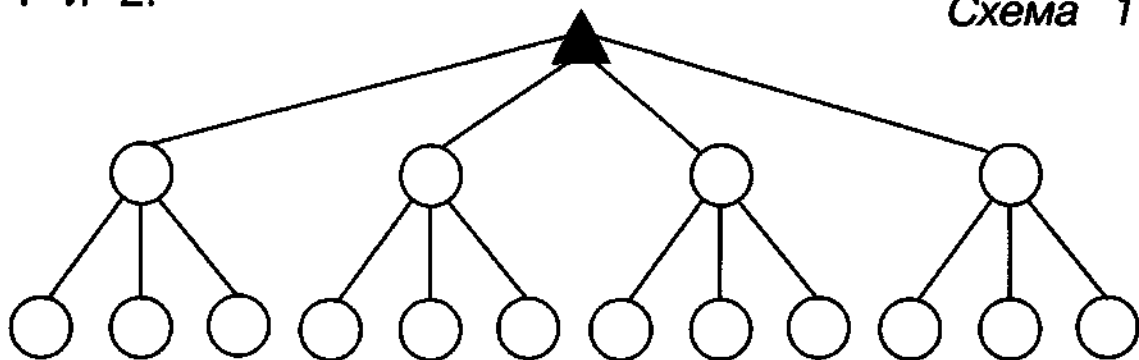
Берет Рубашка				

Сколько вариантов выбора комплекта «берет — рубашка» у тебя получилось?

Запиши ответ задачи.

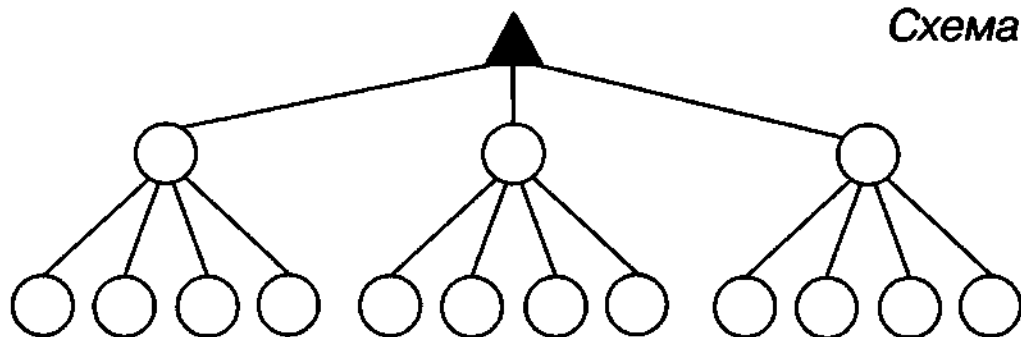
4. Заполни условными обозначениями схемы 1 и 2.

Схема 1



Получилось вариантов.

Схема 2



Получилось вариантов.

5. Обведи на каждой схеме *веточки дерева*, соответствующие комплектам

а) 1К; 2Ч; 2Ж — красным цветом;

б) 3Ч; 2К — синим цветом;

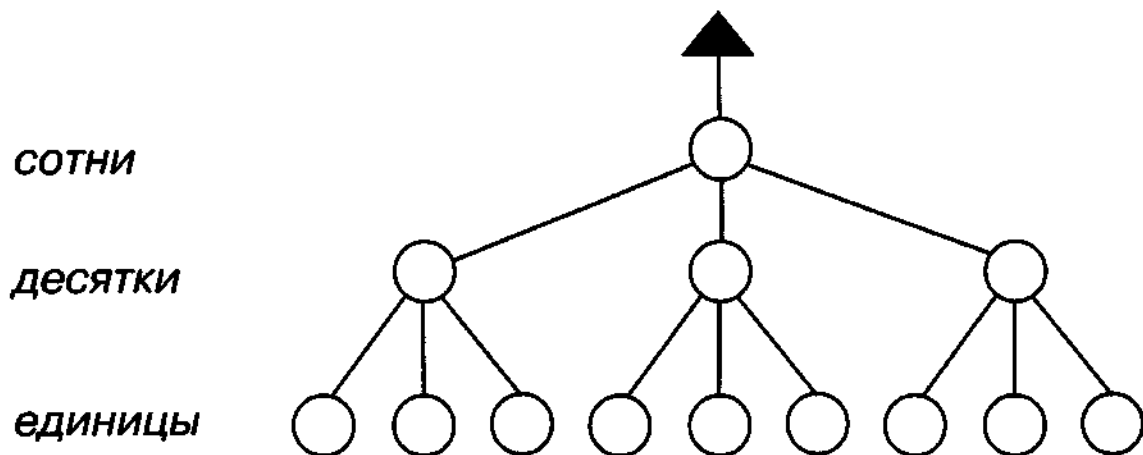
в) 1Ж; 3К — зеленым цветом.

9 1. Прочитай задачу.

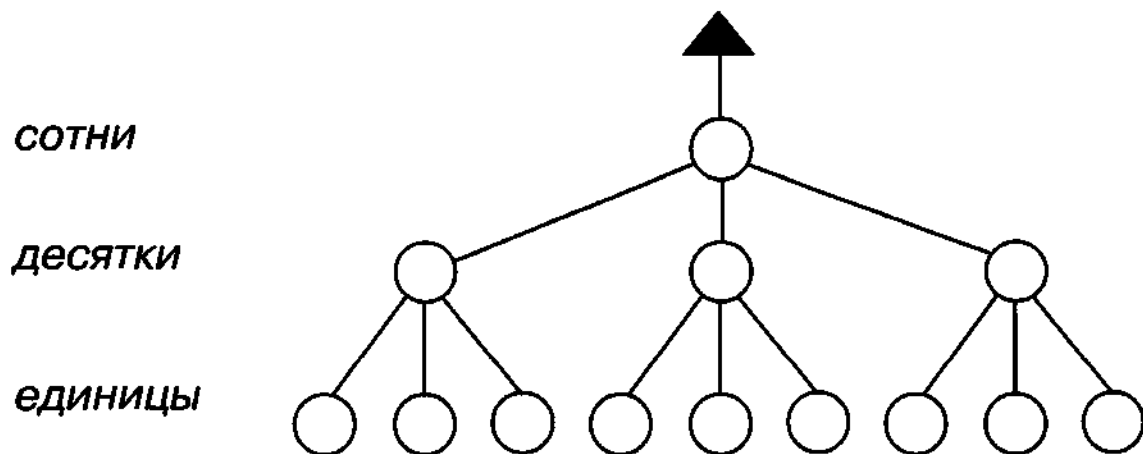
Сколько различных трёхзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 7, 9, если цифры в этих числах могут повторяться?

2. Для ответа на вопрос задачи покажи на схеме возможные варианты записи трёхзначных чисел, если:

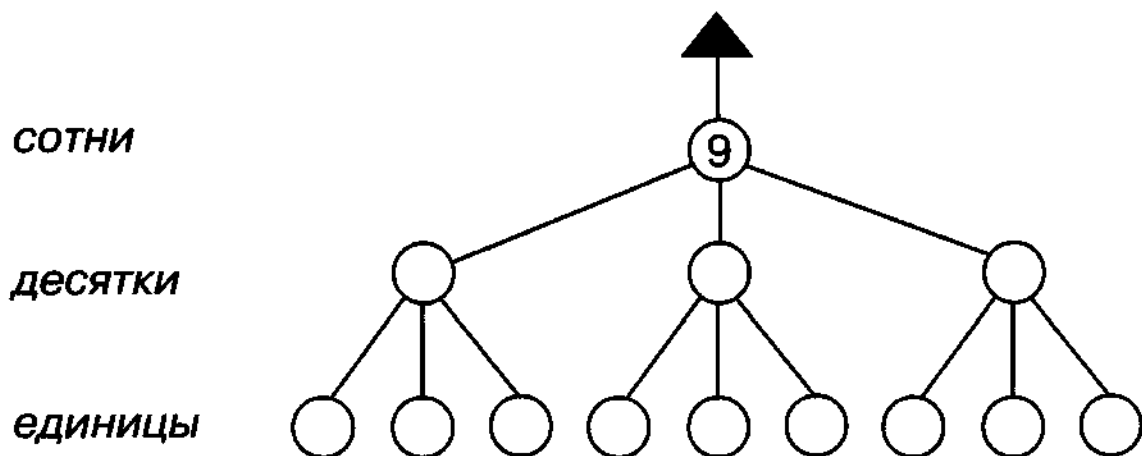
а) в разряде сотен записана цифра 2



б) в разряде сотен записана цифра 7



в) в разряде сотен записана цифра 9



3. Запиши ответ на вопрос задачи. _____

4. Используя схемы, выпиши числа, в которых цифры 2, 7, 9 не повторяются. _____

5. Используя эти числа, запиши различные неравенства.

	...			...			...	
	...			...			...	
	...			...			...	
	...			...			...	
	...			...			...	

6. Сколько различных неравенств можно составить, используя эти числа?

10 1. Прочитай задачу.

Для участия в концерте нужны двое ведущих (мальчик и девочка). На роль ведущих претендуют Миша (М), Коля (К), Серёжа (С), Надя (Н), Рита (Р), Лена (Л) и Вера (В). Какие варианты пар ведущих возможны?

2. Пользуясь условными обозначениями, выпиши возможные варианты составления пар ведущих концерта.

Н		Р		Л		В	
Н							
Н							
Н							

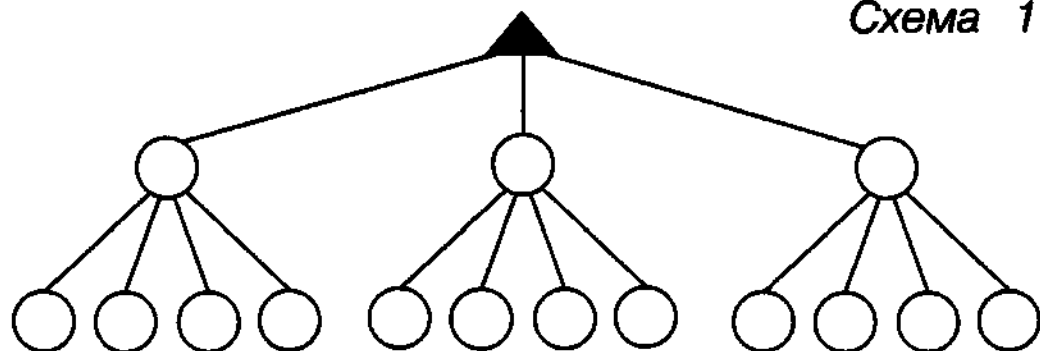
Сколько вариантов у тебя получилось?

3. Заполни таблицу и закрась клетки, в которых записаны ответы на вопрос задачи.

Сколько вариантов у тебя получилось?

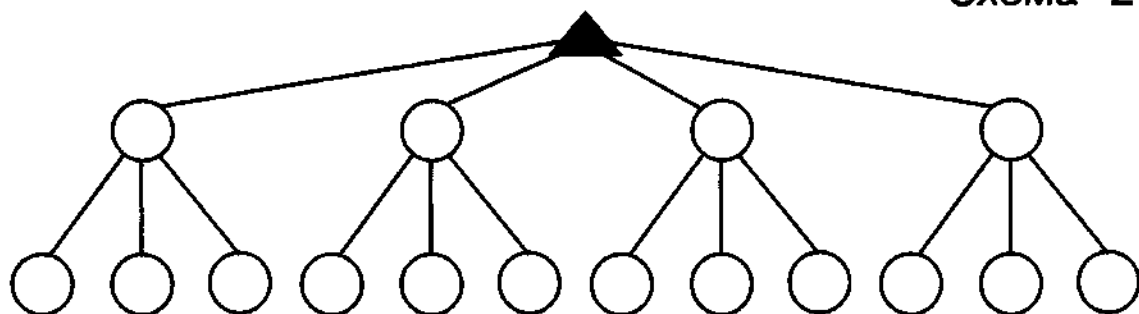
4. Проверь свой ответ, заполнив условными обозначениями *дерево возможных вариантов* — схема 1 и схема 2.

Схема 1



Получилось вариантов.

Схема 2



Получилось вариантов.

5. Сколько вариантов выбора ведущих возможно, если одной из них будет Вера?

Закрась эти пары на схемах 1 и 2 зелёным цветом.

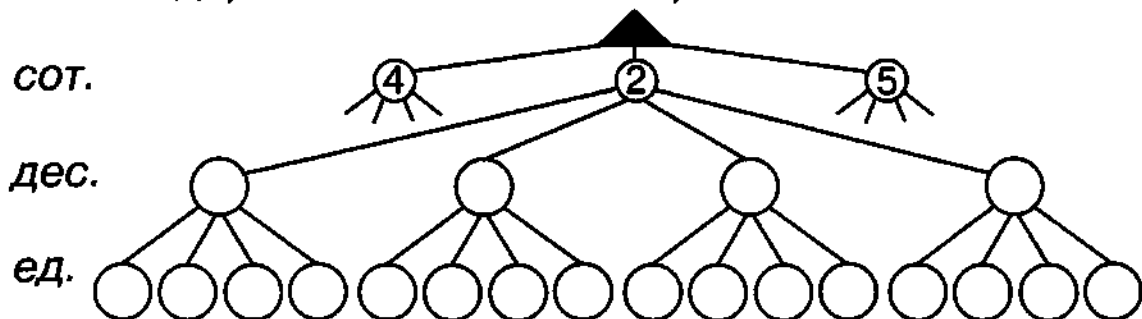
6. Сколько вариантов выбора ведущих возможно, если одним из них будет Серёжа?

Закрась эти пары на схемах 1 и 2 синим цветом.

11 1. Прочитай задачу.

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать, используя цифры 4, 0, 2, 5, если эти цифры в числе могут повторяться?

2. Для ответа на вопрос задачи заполни часть схемы *дерева возможных вариантов*.



Сколько чисел у тебя получилось?

3. Догадайся, сколько можно записать трёхзначных чисел цифрами 4, 0, 2, 5, в которых:

а) 4 сотни ;

б) 5 сотен , если эти цифры в числе могут повторяться?

4. Запиши ответ на вопрос задачи.

5. Запиши все трёхзначные числа, у которых в разряде десятков стоит цифра 0.

12 1. Прочитай задачу.

Маша занимается теннисом 2 раза в неделю. Какие два дня может выбрать Маша для тренировок, если в понедельник и в воскресенье нет занятий?

2. Обозначь дни недели (вторник — В, среда — С, четверг — Ч, пятница — П, суббота — Сб) и запиши все возможные варианты.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Сколько получилось вариантов?

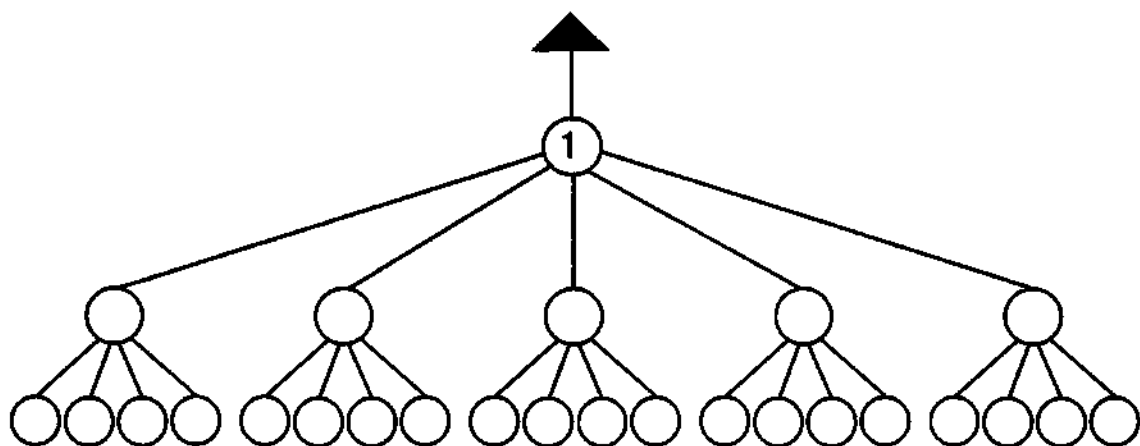
3. Заполни таблицу и закрась клетки, в которых записаны ответы на вопрос задачи.

	В	С	Ч	П	Сб
В					
С					

Сколько клеток оказалось закрашенными?

13 1. Прочитай задание.

По правилам игры в волейбол из 6 членов команды (1, 2, 3, 4, 5, 6), находящихся на игровой площадке, мяч могут отбить только 3 игрока. Покажи на схеме возможные варианты игровой ситуации, если мяч принял игрок 1.



2. Обведи красным цветом на схеме варианты приема и передачи мяча, в которых принимают участие игроки:

а) 1, 5, 3; б) 1, 2, 4; в) 1, 3, 6.

3. Обведи зелёным цветом на схеме те варианты приема и передачи мяча, в которых отбивал мяч на сторону противника игрок 5.

4. Обведи синим цветом на схеме те варианты, в которых игрок 2 взаимодействует с игроками 1 и 6.

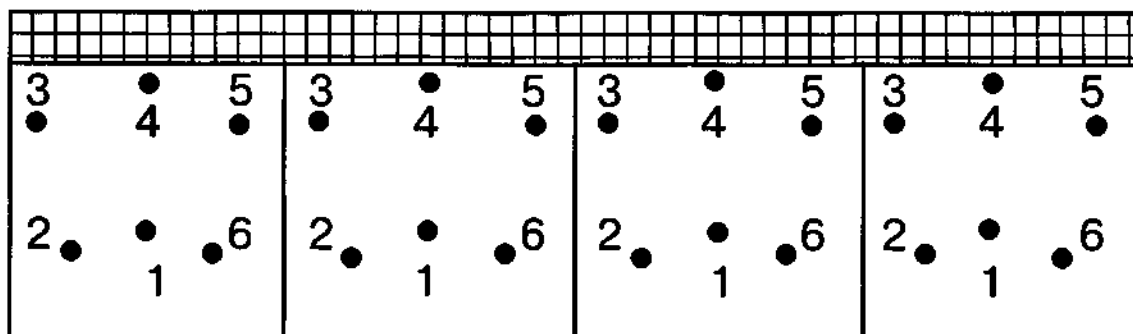
5. Догадайся! Сколько вариантов игровой ситуации возможны, если первым примет мяч:

- а) игрок 2?
- б) игрок 3?
- в) игрок 4?
- г) игрок 5?
- д) игрок 6?

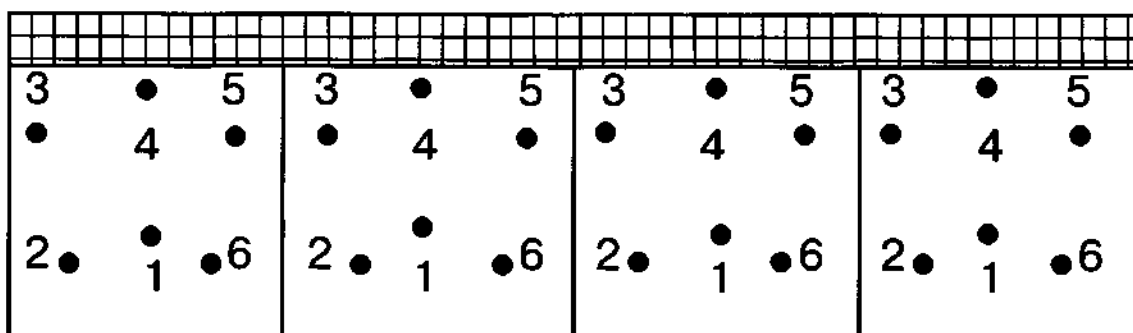
6. Сколько всего может быть вариантов игровых ситуаций?

7. Покажи ломаной линией все возможные варианты, если:

а) мяч принимает игрок 3, а передает его на другую сторону игрок 6



б) мяч принимает игрок 4, а передает его на другую сторону игрок 1



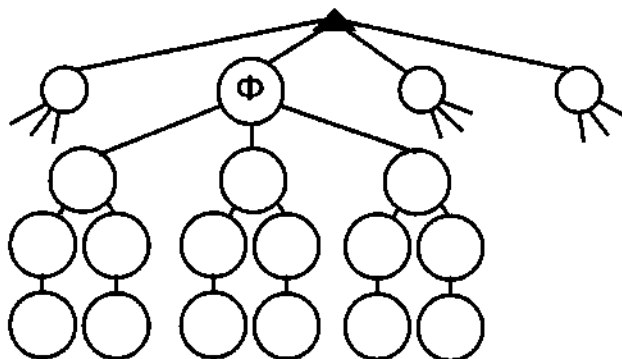
г) физкультура

1 урок

2 урок

3 урок

4 урок



3. Запиши все возможные варианты уроков на среду.

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

Сколько вариантов у тебя получилось?

4. Какой вариант расписания тебе нравится больше всего? Отметь его значком ✓.

5. Обведи на каждой схеме красным цветом веточки дерева, которые показывают, что на третьем уроке будет физкультура.

Сколько получилось вариантов?

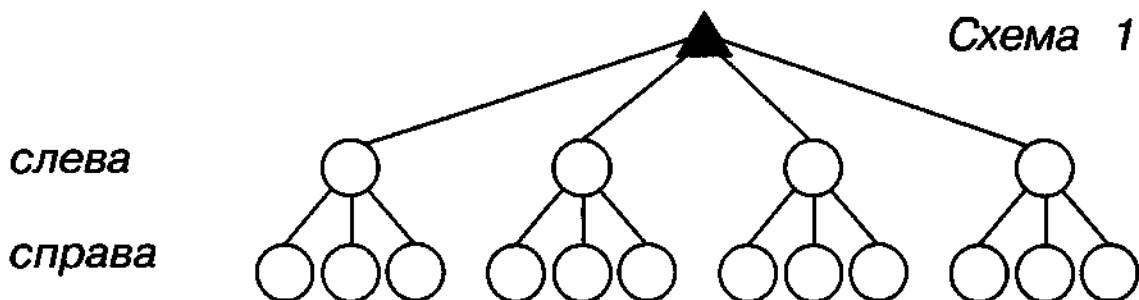
6. Обведи на каждой схеме синим цветом веточки дерева, которые показывают, что на втором уроке будет русский язык.

Сколько вариантов у тебя получилось?

15 1. Прочитай задачу.

В класс пришли четыре новых ученика: Коля (К), Вася (В), Саша (С) и Петя (П). Как учитель может рассадить этих учеников за две свободные парты? Сколько вариантов выбора у него будет?

2. Для ответа на вопрос задачи покажи на схеме 1 все возможные варианты расположения четырёх учеников за одной партой.



Сколько вариантов у тебя получилось?

3. Догадайся! Сколько вариантов расположения учеников возможно за другой партой?

Проверь свой ответ, пользуясь способом перебора.

4. Сколько вариантов расположения учеников возможно за двумя партами?

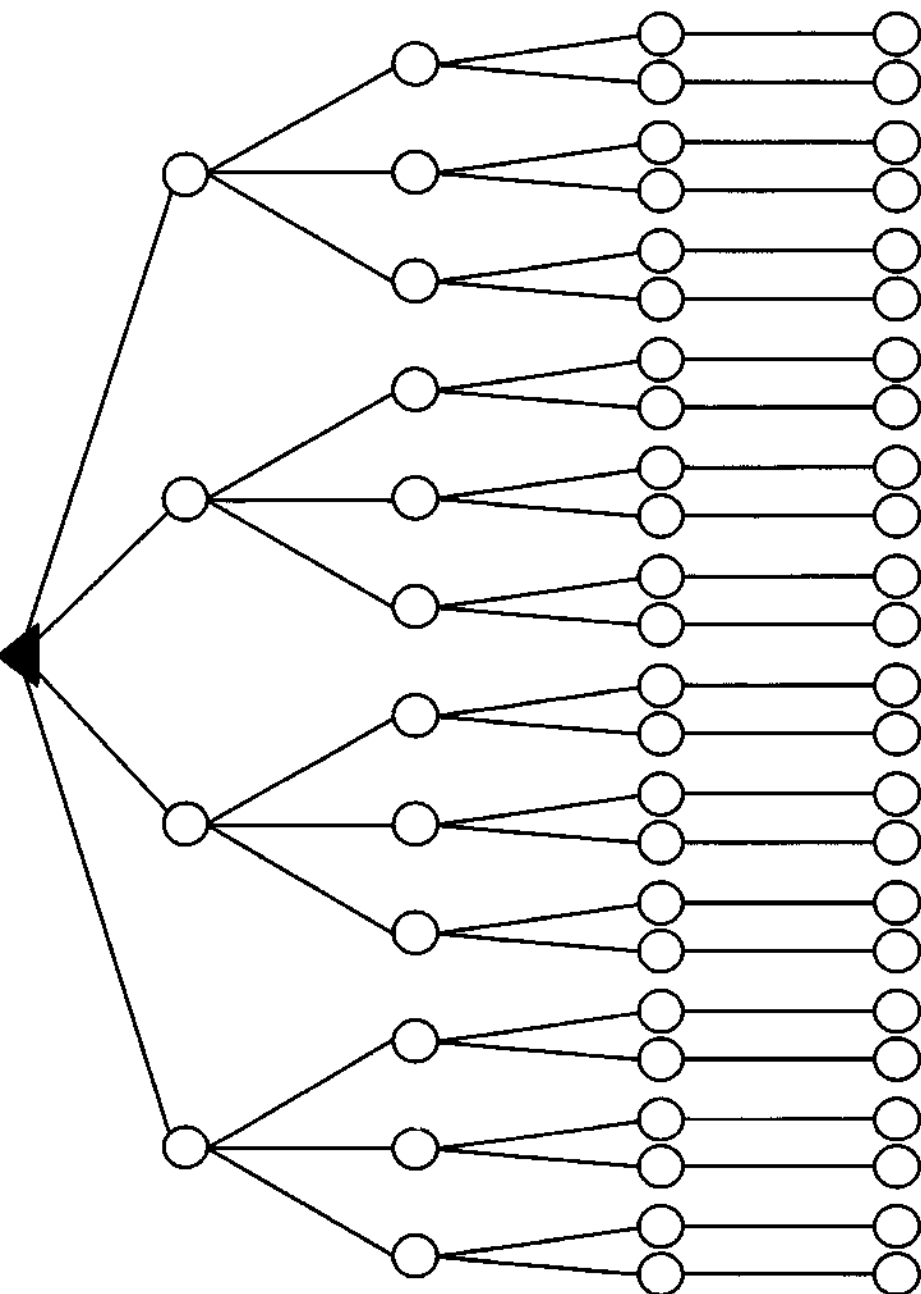
5. Покажи на схеме 2 возможные варианты расположения четырёх учеников за двумя партами (4 свободных места).

место 1

место 2

место 3

место 4



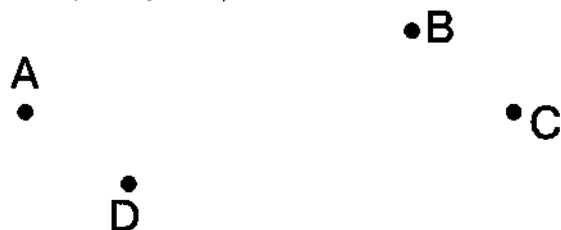
16 1. а) Начерти все возможные отрезки, если точки А, В, С являются их концами.



б) Сколько отрезков получилось?

в) Запиши получившиеся отрезки. _____

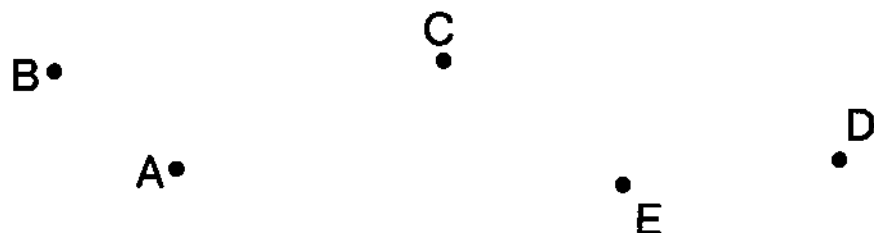
2. а) Начерти все возможные отрезки, если точки А, В, С, D являются их концами.



б) Сколько отрезков получилось?

в) Запиши получившиеся отрезки. _____

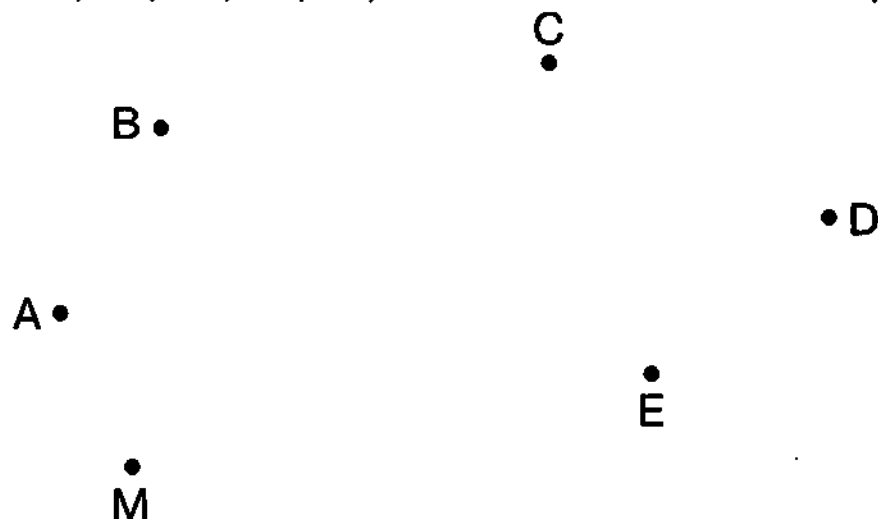
3. а) Начерти все возможные отрезки, если точки А, В, С, D, Е являются их концами:



б) Сколько отрезков получилось?

в) Запиши получившиеся отрезки. _____

4. а) Начерти все возможные отрезки, если точки А, В, С, D, E, М являются их концами.



б) Сколько отрезков получилось?

в) Запиши получившиеся отрезки. _____

17 Расставь знаки арифметических действий, если указан порядок их выполнения.

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

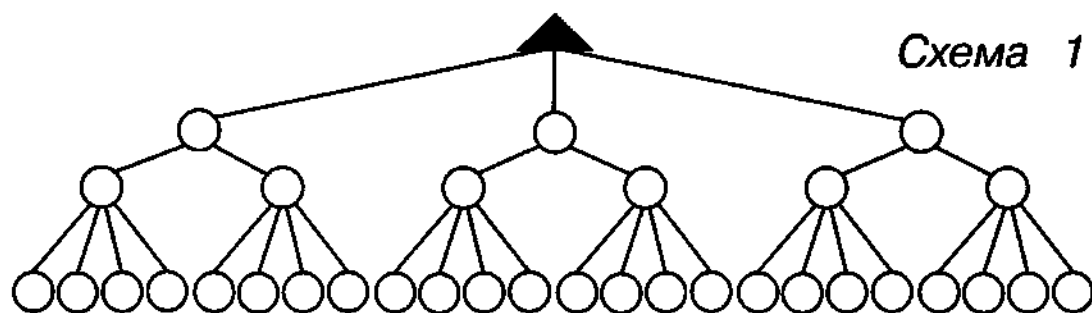
$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

$$\square \overset{3}{\dots} \square \overset{2}{\dots} (\square \overset{1}{\dots} \square)$$

18 1. Прочитай задачу.

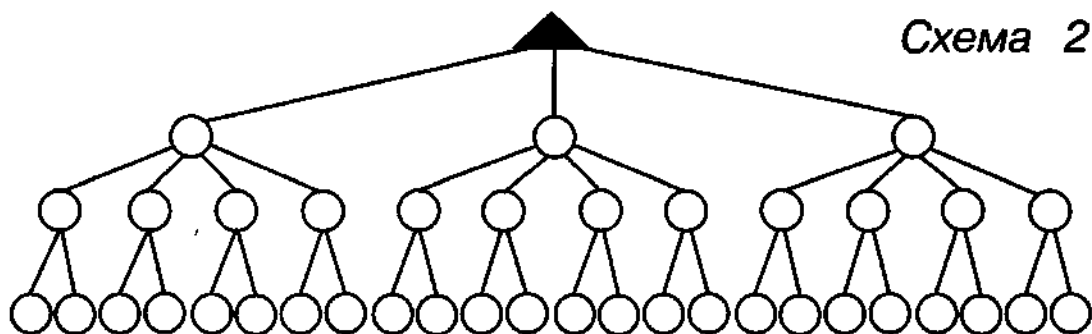
Из 3 кл. «Б» в конкурсе приняли участие 9 человек. Из них 3 ученика читали стихи (Ч), 2 — танцевали (Т), а 4 — пели (П). Грамотами наградили одного чтеца, одного танцора и одного певца. Верно ли утверждение, что у жюри было 24 варианта выбора трёх победителей из 3 «Б»?

2. Для ответа на вопрос задачи заполни схему 1 *дерева возможных вариантов*, используя условные обозначения.



3. Ответь на вопрос задачи.

4. Проверь свой ответ, заполнив другие схемы.



Чем схема 1 отличается от схемы 2?

Схема 3

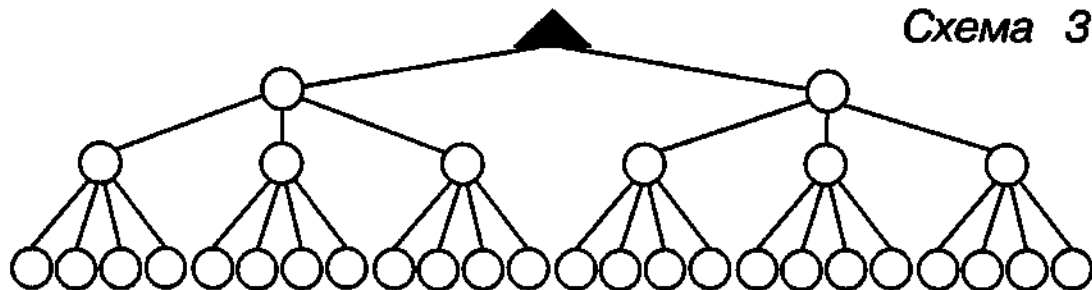
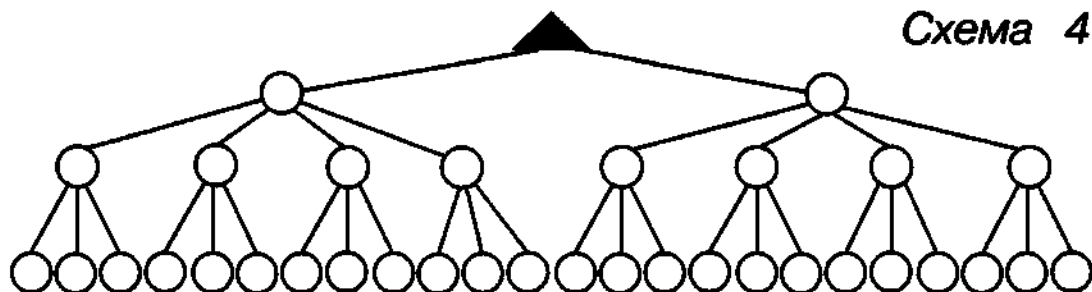


Схема 4



Чем отличается схема 3 от схемы 4?

Схема 5

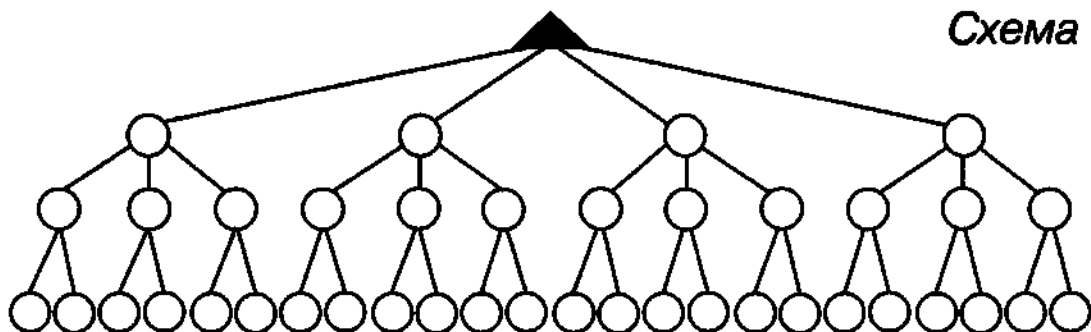
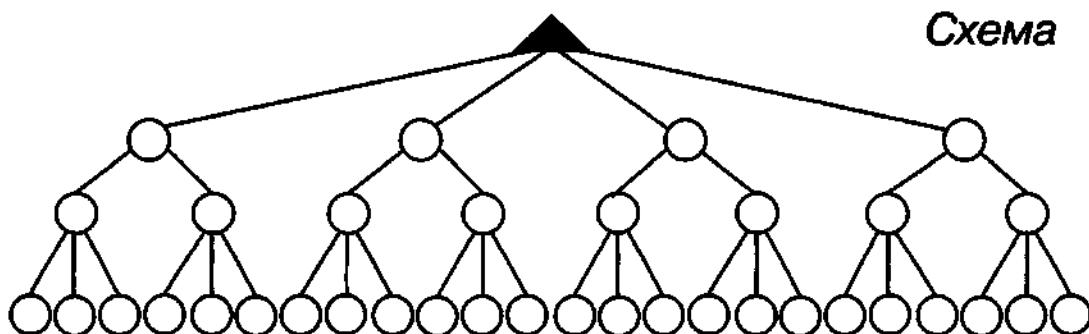


Схема 6

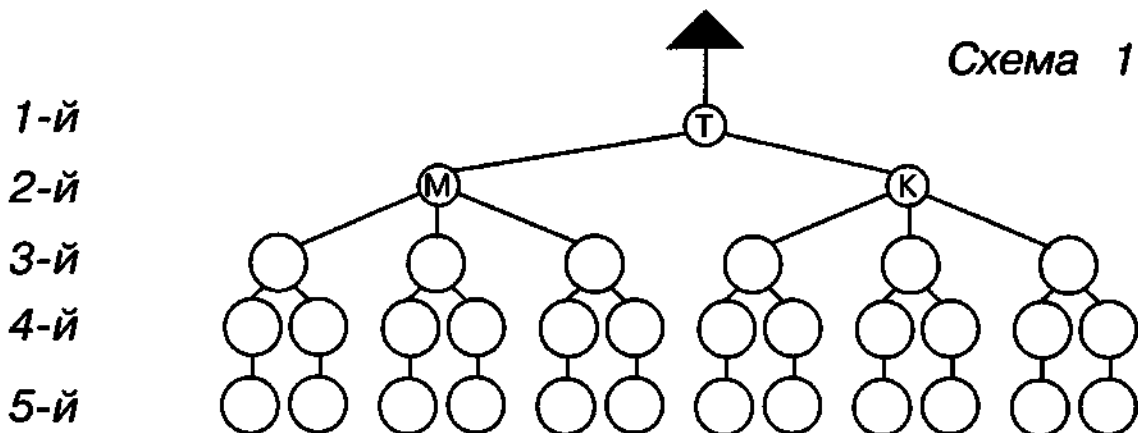


Чем отличается схема 5 от схемы 6?

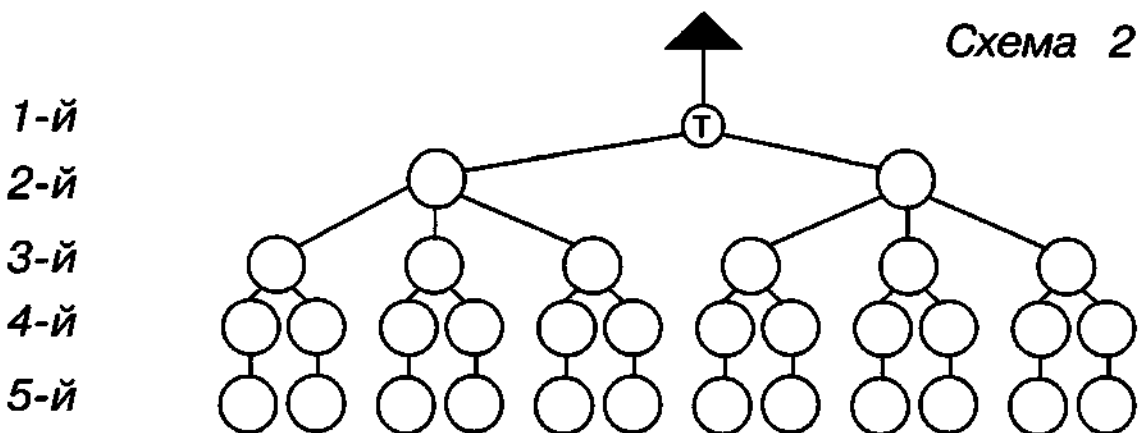
19 1. Прочитай задание.

Представь, что Миша (М), Коля (К), Вера (В), Надя (Н) и Толя (Т) должны спуститься с горы на санках.

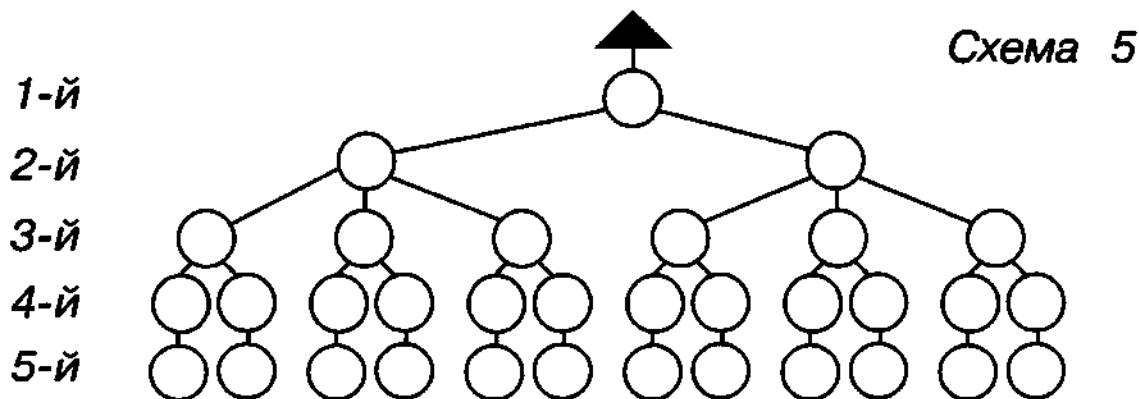
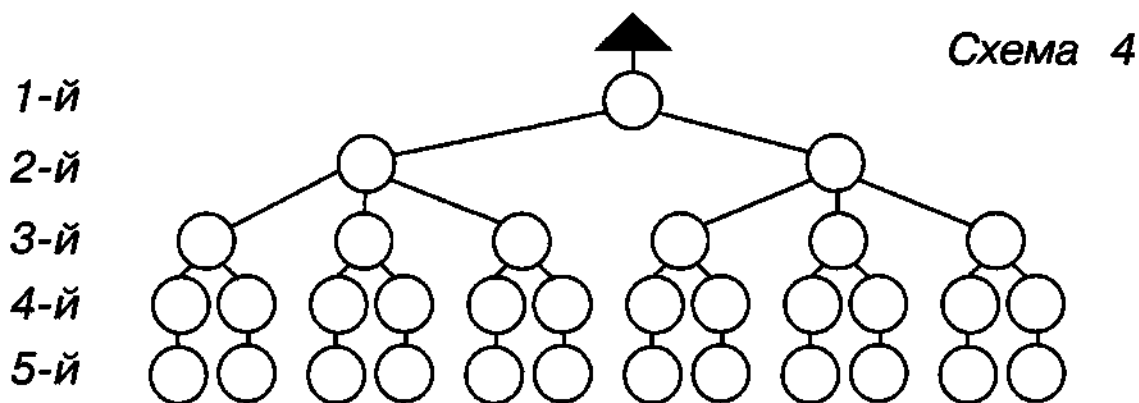
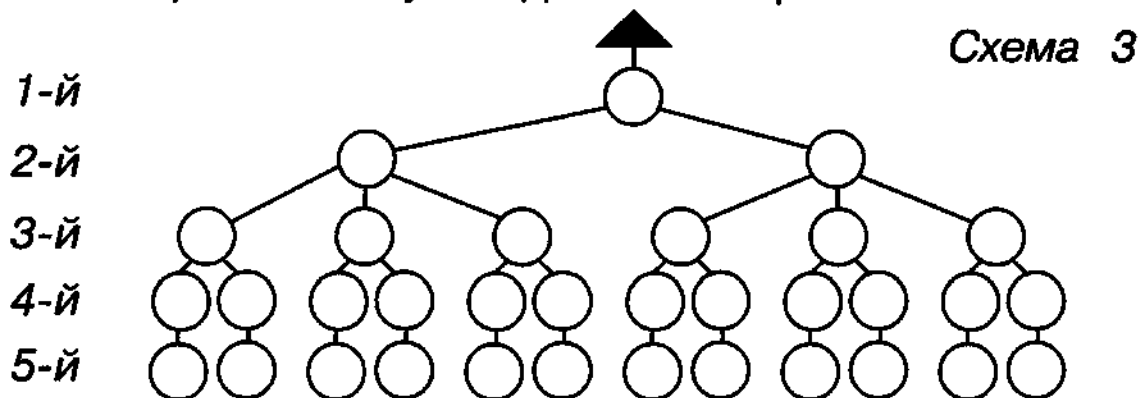
2. Покажи на схеме 1 в каком порядке дети могут спуститься с горы, если Толя поедет первым, а за ним поедут Миша и Коля.



3. Покажи на схеме 2 в каком порядке дети могут спуститься с горы, если Толя поедет первым, а за ним поедут Вера и Надя.



4. Покажи на схемах 3, 4, 5 другие возможные варианты спуска детей с горы.

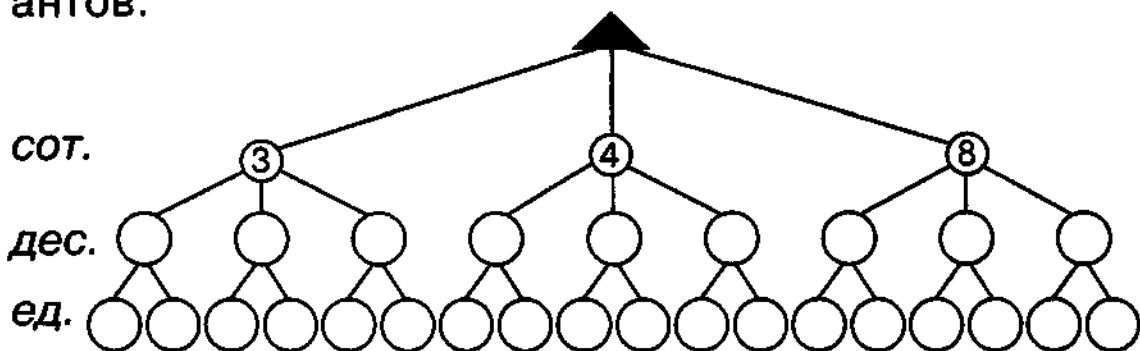


5. Обведи на схемах красным цветом веточки дерева, которые показывают, что Миша спустился с горы третьим.

20 1. Прочитай задачу.

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать цифрами 3, 0, 4, 8, если эти цифры в числе не повторяются?

2. Заполни схему дерева возможных вариантов.



3. Используя схему, выпиши все числа, в которых 4 сотни. _____

4. Используя схему запиши неравенства с числами, у которых в разряде десятков записана цифра 8.

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

... < ...

5. Используя схему, выпиши все числа, у которых в разряде единиц записана цифра 0. _____

21 Расставь знаки арифметических действий, если указан порядок их выполнения.

	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	

	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	
	3		1		2	
	...		...		...	

Сколько различных вариантов у тебя получилось?

22 Не переставляя цифр в левой части равенства, поставь между ними два знака «+», чтобы получились верные равенства.

- 1) 8 7 8 9 9 2 4 = 1010;
- 2) 7 8 7 8 7 8 7 = 1672;
- 3) 9 3 8 4 5 6 9 3 = 1676;
- 4) 4 5 4 5 4 5 4 = 913.

23 1. Прочитай задание.

Дано число 2718. Запиши все возможные четырёхзначные числа, переставляя цифры данного числа. Для этого разгадай правило, по которому составлен первый столбик чисел. Воспользуйся способом перебора и запиши числа в других столбиках.

2718	7	1	8
2781	_____	_____	_____
2178	_____	_____	_____
2187	_____	_____	_____
2871	_____	_____	_____
2817	_____	_____	_____

2. Заполни *дерево возможных вариантов* для чисел, в которых 7 тысяч.

единицы тысяч

сотни

десятки

единицы

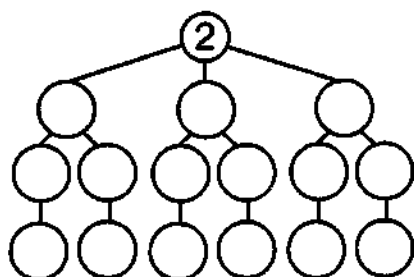


Схема 1

Сколько вариантов у тебя получилось?

3. Заполни *дерево возможных вариантов* для чисел, в которых 1 тысяча.

единицы тысяч

сотни

десятки

единицы

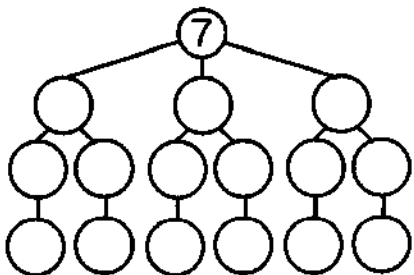


Схема 2

Сколько вариантов у тебя получилось?

4. Догадайся! Сколько можно записать чисел, в которых 8 тысяч?

5. Сколько всего можно записать четырёхзначных чисел, переставляя цифры в числе 2718?

24 1. Расставь знаки арифметических действий, если указан порядок их выполнения.

	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			
	2		1		3		=	
	...		...		...			

Сколько различных вариантов у тебя получилось?

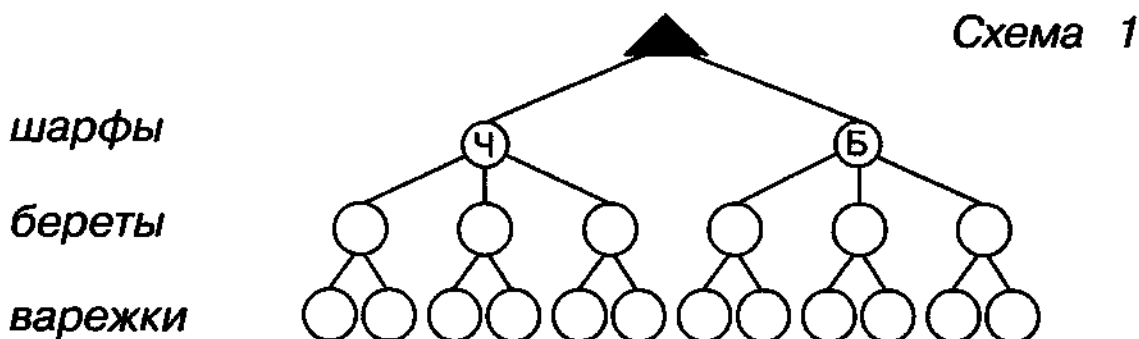
2. Вставь в окошки числа и вычисли значения выражений.

25 1. Прочитай задачу.

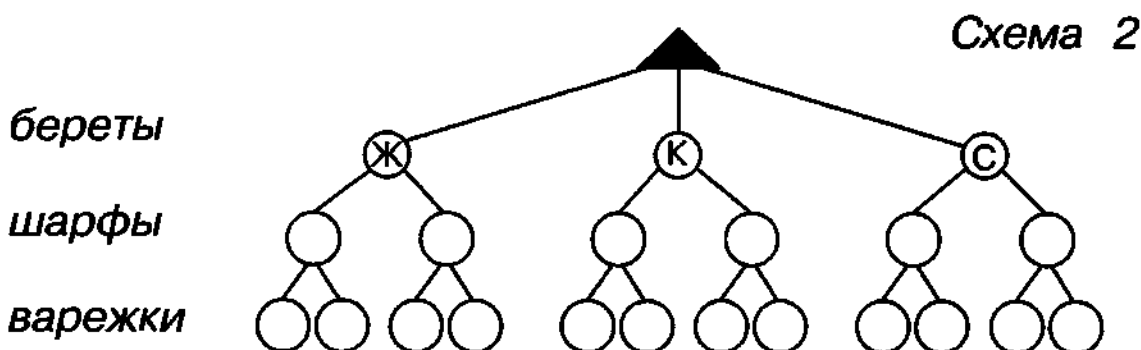
В одном из отделов «Детского мира» продавали вязаные вещи: шарфы — чёрные (Ч) и бордовые (Б); береты — жёлтые (Ж), красные (К), синие (С); варежки — голубые (Г), розовые (Р).

Сколько комплектов из трёх вещей можно составить?

2. Заполни каждую схему (дерево возможных вариантов) и сравни полученные результаты.



Сколько получилось комплектов из трёх вещей?

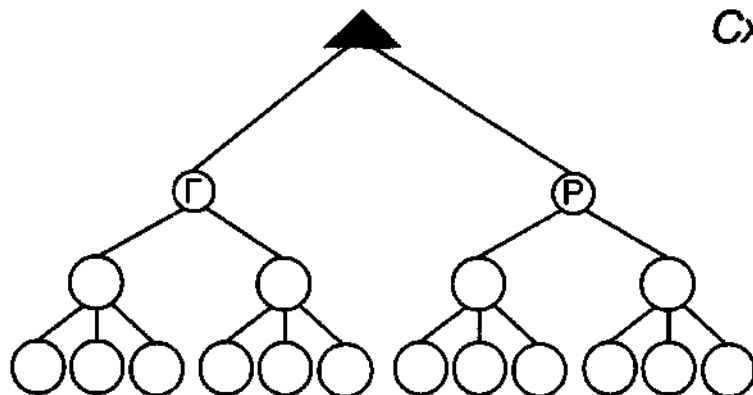


Сколько получилось комплектов из трёх вещей?

варежки

шарфы

береты



Сколько получилось комплектов из трёх вещей?

3. Обведи зелёным цветом веточки на схемах, обозначающие комплекты, в которые входят жёлтые береты.

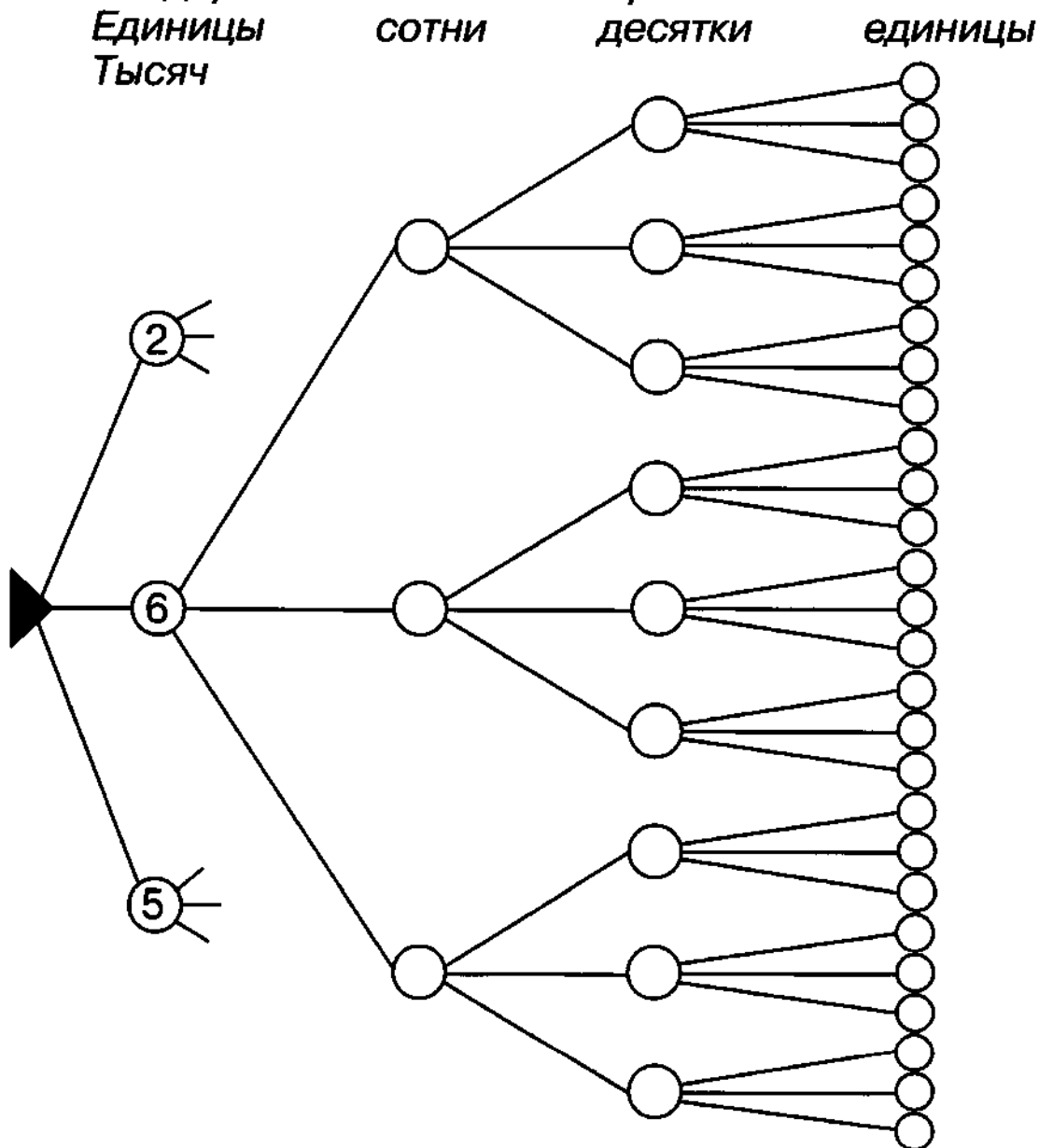
4. Пользуясь условными обозначениями, выпиши все возможные варианты составления комплектов из трёх вещей.

Выпиши комплект, который тебе нравится больше других. _____

26 1. Прочитай задачу.

Сколько различных четырёхзначных чисел можно записать, используя цифры 6, 5, 2?

2. Для ответа на вопрос задачи заполни часть схемы дерева возможных вариантов.



3. Сколько четырёхзначных чисел, в которых 6 тысяч, можно записать цифрами 6, 5, 2?

4. Догадайся! Сколько четырёхзначных чисел можно записать цифрами 6, 5, 2, если в этих числах

а) 2 тысячи ;

б) 5 тысяч ?

5. Запиши ответ на вопрос задачи.

6. Используя схему-дерево возможных вариантов, запиши все числа, в которых:

а) 65 сотен

б) 25 сотен

в) 652 десятка

г) 252 десятка

7. Сколько четырёхзначных чисел можно записать цифрами 5, 6, 2, если в разряде единиц стоит цифра 2?

8. Обведи на схеме зеленым цветом веточку, на которой записано наибольшее четырёхзначное число.

27 1. Прочитай задачу.

Сколько четырёхзначных чисел можно записать цифрами 3, 4, 8, если в разряде десятков стоит цифра 3 и цифры в этих числах могут повторяться?

2. Заполни схему-дерево возможных вариантов.

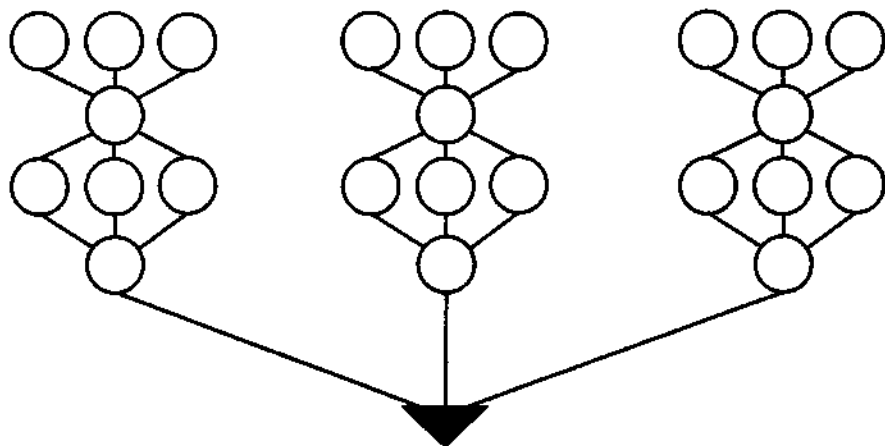
единицы

десятки

сотни

единицы

тысяч



Сколько получилось четырёхзначных чисел?

3. а) Обведи красным цветом веточки дерева, обозначающие четырёхзначные числа, в которых 8 сотен;

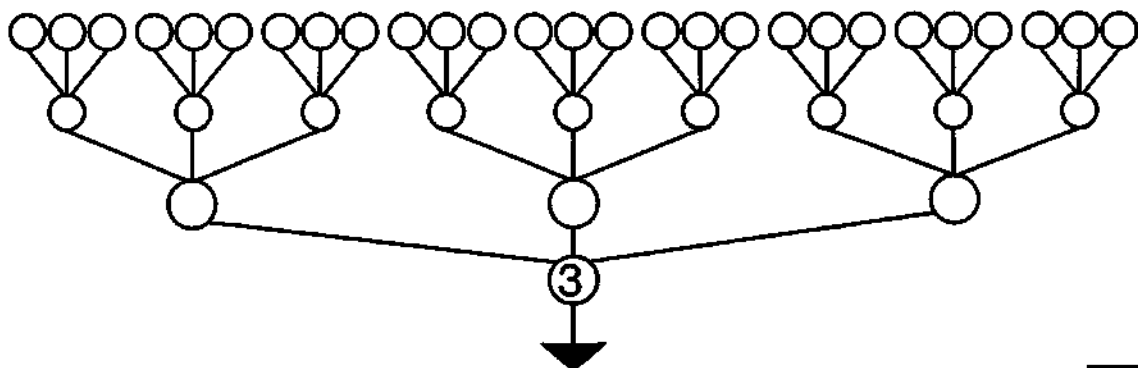
б) Обведи зеленым цветом веточки дерева, обозначающие четырёхзначные числа, в которых три одинаковые цифры;

в) Используя дерево возможных вариантов, запиши четырёхзначные числа, в записи которых используются только цифры 3 и 4.

28 1. Прочитай задачу.

Сколько четырёхзначных чисел, в которых 3 тысячи, можно записать цифрами 5, 0, 3 ?

2. Заполни схему-дерево возможных вариантов.



Сколько получилось четырёхзначных чисел?

3. Запиши, сколько получится четырёхзначных чисел, записанных цифрами 3, 0, 5, в которых в разряде сотен цифра 0.

4. Сколько получится четырёхзначных чисел, в записи которых используются те же цифры, но в разряде сотен — цифра 5?

Таких четырёхзначных чисел получится

29 Не переставляя цифр в левой части равенства, поставь между ними знаки арифметических действий и скобки так, чтобы получились верные равенства.

а) $1 \quad 2 \quad 3 = 1$

б) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 = 1$

в) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 1$

30 I. Прочитай каждую задачу и попытайся ответить на вопрос, не выполняя рисунка.

а) Сколько вариантов выбора двух карандашей из трёх карандашей разного цвета? _____

б) Сколько вариантов выбора двух карандашей из четырёх карандашей разного цвета? _____

в) Сколько вариантов выбора двух карандашей из пяти карандашей разного цвета? _____

г) Сколько вариантов выбора двух карандашей из шести карандашей разного цвета? _____

д) Сколько можно начертить отрезков, если даны четыре точки, не лежащие на одной прямой? _____

е) Сколько можно начертить отрезков, если даны пять точек, не лежащие на одной прямой? _____

ж) Сколько можно начертить отрезков, если даны шесть точек, не лежащие на одной прямой? _____

з) Сколько можно начертить отрезков, если даны три точки, не лежащие на одной прямой? _____

2. Выпиши номера задач, в которых получились одинаковые ответы:

это _____ и _____; это _____ и _____;

это _____ и _____; это _____ и _____.

3. Попытайся объяснить, почему в этих задачах получились одинаковые ответы:

Основная функция комбинаторных задач в начальных классах — создать условия для формирования у учащихся приемов умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение, абстрагирование), для развития произвольного внимания, образного мышления и для усвоения тех вопросов, которые входят в содержание программы.

При составлении комбинаторных задач авторы руководствовались:

- 1) логикой построения начального курса математики (автор Н.Б. Истомина);
- 2) результатами психологических и методических исследований, связанных с решением комбинаторных задач младшими школьниками;
- 3) различными видами соединений (комбинаций), которые связаны с размещениями, перестановками, сочетаниями. Используя известные формулы (они приведены в комментариях к различным заданиям), учитель может быстро посчитать число комбинаций, соответствующих условию.

В 1—2 классах учащиеся решали комбинаторные задачи способом перебора и с помощью таблиц. В 3-ем классе они знакомятся с *деревом возможных вариантов*.

Отметим, что все способы, с помощью которых дети будут решать комбинаторные задачи, не требуют введения в программу курса математики 3-его класса новых понятий, т.е. не перегружают учащихся дополнительной информацией.

№1. Ответ на вопрос данной задачи неоднозначен, так как в нём не указано, о каких двух обезьянах идет речь. Для ответа на вопрос задачи нужно рассмотреть 6 вариантов выбора двух обезьян.

№2. Дети самостоятельно или с помощью учителя обозначают данные на рисунках отрезки буквами, пользуясь способом перебора (AB, AC, AD, BC, BD, CD). Получают 6 различных вариантов ($C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$). Затем самостоятельно заполняют таблицу, закрашивают 6 клеток, объясняя, почему не следует закрашивать клетки вида AA и т.д., почему из двух клеток AB и BA нужно закрасить только одну (по условию не должно быть отрезков, обозначенных одинаковыми буквами).

№3. Здесь также надо выбрать 2 книги из пяти, порядок выбора не существен ($C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$). В пункте 2 — «ловушка», дети должны заполнить только 6 пар клеток.

№4. См. №2. В отличие от него нужно выбрать двух ребят из шести ($C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$). В пункте 2 «ловушка», дети должны заполнить только 15 пар клеток.

№5. При выполнении этого задания дети сначала пользуются способом перебора, соблюдая условие — девочки и мальчики должны чередоваться. Затем учитель знакомит их с новым способом действия — построением схемы, которую называют *деревом возможных вариантов*.

Учитель поясняет, что схема напоминает дерево, где знак ▲ обозначает *корень дерева*, а от него отходят *веточки*.

При выполнении пункта 3 можно не раскрашивать все 8 вариантов. Достаточно рассмотреть 2—3 одинаковых вариантов.

Важно разъяснить детям правила построения схемы. Например: начнем с Насти (Н). От кружка идут две *веточки*, т.к. рядом с Настей может сидеть или Миша (М), или Сережа (С). Рядом с Мишей может сидеть только Таня (Т), т.к. по условию девочка и мальчик должны чередоваться. Рядом с Таней в этом случае может сидеть только Сережа. Аналогично следует рассуждать для схемы, которая начинается с (М) — Миши, с Т (Тани), с С (Сережи). В этом же задании дети знакомятся с возможностью различного расположения *схемы-дерева*. Чтобы учитель мог проверить, насколько учащиеся осознали способ действия, им полезно выполнить пункты 5, 6 самостоятельно.

Рекомендуем обратить внимание третьеклассников на то, что порядок размещения детей на скамейке показан на *веточках дерева*, а заполнение схемы можно начинать с любого ребенка.

№6. Учащиеся могут самостоятельно ответить на вопрос задачи, используя способ перебора возможных вариантов, т.к. в тетради уже записаны цифры в разряде десятков. Порядок цифр в записи двузначного числа играет роль в силу позиционности десятичной системы счисления (например, 72 и 27), поэтому речь идет о размещении с повторением из трёх элементов по два: $\bar{A}_3^2 = 3^2 = 9$.

№7. Здесь речь идет о числе перестановок $P_3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, т.е. о выполнении трёх визитов в разной последовательности. Ответ: 6 возможных вариантов. Следует обратить внимание учащихся на то, что пользуясь разными способами (перебор, схема), они получают одинаковое количество вариантов.

№8. В основе выполнения задания лежит правило произведения («Если объект *a* можно выбрать *m* способами, а объект *b* — *k* способами, то пару (*a*, *b*) можно выбрать *mk* способами»). Детям,

конечно, не следует сообщать это правило в общем виде, но, ориентируясь на него, полезно обсудить данную в задаче ситуацию.

А именно: берет можно выбрать четырьмя способами, т.к. беретов 4, рубашку — тремя способами, т.к. их 3. Выбор пары «берет — рубашка» можно осуществить 12 способами ($3 \cdot 4$; $4 \cdot 3$). Связь с умножением осознаётся детьми при составлении таблицы и при заполнении *схемы-дерева*.

№9. В задании предложена последовательность действий, выполнение которых позволит детям самостоятельно ответить на вопрос задачи (пункты 2–3). Ответ: 27 чисел. ($\bar{A}_3^3 = 3^3 = 27$ — размещения с повторением). Пункты 4 и 5 дети выполняют самостоятельно. В пункте 5 они записывают 15 неравенств ($C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$). При записи неравенств используют способ перебора. Если поменять местами левую и правую часть неравенств, то, используя числа, записанные в пункте 4, можно составить 30 неравенств.

№10. Аналогично №8. Ведущего мальчика можно выбрать тремя способами, ведущую девочку четырьмя способами. Двух ведущих (мальчика и девочку) можно выбрать 12 способами ($4 \cdot 3 = 12$). В пункте 2 «ловушка». Нужно заполнить 12 пар клеток.

Следует иметь в виду, что используя данную в пункте 2 заготовку к таблице, дети могут по-разному подойти к ее составлению:

а) проставить по горизонтали и по вертикали имена всех девочек и мальчиков; в этом случае некоторые клетки (ММ, КК и др.) придется не учитывать;

б) проставить по горизонтали имена девочек, а по вертикали имена мальчиков; в этом случае получим 12 возможных вариантов выбора;

в) проставить по горизонтали имена мальчиков, а по вертикали имена девочек. В этом случае также получится 12 возможных вариантов выбора.

№11. Особенность этого задания заключается в том, что мы не можем начать запись многозначного числа с цифры 0, поэтому в разряде сотен могут быть записаны только цифры 4, 2, 5. В тетради предложено заполнить не всю схему *дерева возможных вариантов*, а только её часть (в разряде сотен цифра 2). Важно, чтобы дети поняли, что количество вариантов для других случаев, когда в разряде сотен записаны цифры 4 или 5, будет таким же, как для случая, когда в разряде сотен записана цифра 2. Это позволит им правильно выполнить пункт 5 (ответ: 48 трёхзначных чисел) и пункт 6 (нужно записать 12 чисел).

№12. В задании нужно выбрать 2 дня из пяти. Возможны 10 вариантов ($C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$); здесь порядок не играет роли. Аналогичные задания уже встречались детям и они смогут выполнить его самостоятельно.

№13. При выполнении задания следует прежде всего представить различные ситуации, которые могут возникнуть при игре в волейбол. Вполне возможно, что третьеклассники не знакомы с правилами этой игры (нужно разъяснить их детям, а также пояснить значение слова «пас» — передача мяча). Заполнив часть схемы дерева возможных вариантов, когда первый мяч принимает игрок № 1, дети делают аналогичные выводы относительно количества возможных вариантов, когда первый мяч принимают игроки №2, №3, №4, №5, №6. Поэтому ответ на вопрос пункта 7 — 120 вариантов ($20 \cdot 6 = 120$). Пункт 8 советуем вынести на доску и обсудить с детьми.

№14. Задание аналогично заданию 7, только здесь речь идет о перестановках четырех уроков. Дети самостоятельно заполняют схему — *дерево* по частям, но для целостного восприятия полезно изобразить ее на доске и показать все возможные варианты. Эти варианты дети записывают в пункте 3 (их 24) В пункте 5 должно получиться 6 вариантов; в пункте 6 тоже 6 вариантов.

№15. Ответ на вопрос задачи: 24 варианта ($P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$). Ответ в пункте 2: 12 вариантов; в пункте 3: 12 вариантов; в пункте 4: 24 варианта. На странице 25 дети заполняют *схему дерева возможных вариантов*, ориентируясь на 4 свободных места.

№16. Так как отрезок имеет 2 конца, то количество проведенных отрезков определяется количеством пар, которые можно составить из 3-х различных точек (из 4-х различных точек и т.д.). Речь идет о сочетаниях: $C_3^2 = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$; $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$; $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$; $C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$.

Полезно сопоставить число возможных вариантов в пункте 2 №16 с №2 и №3 (в тетради); число возможных вариантов в пункте 4 №16 с №4 (в тетради).

№17. Рекомендуем использовать при изучении темы «Порядок выполнения действий в выражениях».

№18. Математическая основа задания такая же, как в №8 (это правило произведения). Для правильного заполнения каждой схемы необходимо соотнести количество кружков, данных в каждом ряду схем, с условием задачи. Возможно построение 6 различных схем. В схеме 1 и 2 меняются местами ряды танцоров и певцов; в схеме 3 и 4 меняются местами ряды чтецов и певцов; в схеме 5 и 6 местами поменяются ряды певцов и чтецов. Приведенные схемы можно использовать для наглядной иллюстрации

переместительного свойства умножения ($3 \cdot 2 \cdot 4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 \cdot 4$ и т.д.).

№19. Цель задания — проверить, умеют ли дети моделировать различные ситуации с помощью *дерева возможных вариантов*. Рекомендуем предложить задание для самостоятельной работы.

№20. Полезно сопоставить это задание с №11, в котором цифры могут повторяться. Важно, чтобы дети поняли, что при составлении *схемы-дерева* необходимо учитывать условие задачи 20, а именно: «цифры в числе не повторяются».

№21. Рекомендуем выполнить задание при изучении темы «Порядок выполнения действий в выражениях».

№22. Ответ: а) $87 + 899 + 24 = 1010$; б) $787 + 878 + 7 = 1672$; в) $938 + 45 + 693 = 1676$; г) $454 + 5 + 454 = 913$.

№23. Аналогично заданию №14 и №15. $P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

№24. Аналогично заданиям №21.

№25. Аналогично №8 и №18. Следует обратить внимание детей на то, что используя разные *схемы дерева возможных вариантов* и способ перебора, они получают одно и то же число выбора комплектов из трех вещей.

В пункте 4 «ловушка». Дети должны заполнить только 12 заготовок.

№26. Так как для записи четырехзначных чисел предложено три цифры, то при записи четырехзначных чисел цифры будут повторяться. Чисел, в которых 6 тысяч — 27; 5 тысяч — 27; 2 тысячи — 27. Ответ задачи — 81 четырехзначное число.

№27. Аналогично №26. Важно учесть все условия задачи. А именно: в разряде десятков стоит цифра 3, и цифры в этих числах могут повторяться.

№28. Аналогично заданиям №26 и №27 (с учетом новых условий).

№29. Ответ: а) $(1 + 2) : 3 = 1$;

б) $1 \cdot (2 + 3) - 4 = 1$;

в) $1 \cdot 2 : (3 + 4 - 5) = 1$.

№30. См. рекомендации к №16.

Учебное издание

**Истомина Наталья Борисовна
Виноградова Елизавета Павловна
Редько Зоя Борисовна**

**УЧИМСЯ РЕШАТЬ
КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ**

Тетрадь по математике для учащихся 3 класса

Редактор Л.Н. Лаврова
Компьютерная верстка Е.В. Чертовских

ООО «Издательство «Ассоциация XXI век»
214004, Смоленск, ул. Николаева, 27-а, 143

Формат 70×90/16. Объем 3,0 п. л. Бумага офсетная. Тираж 10 000 экз.
Подписано в печать 30.05.11. Заказ № 28843 (п-см).

Отпечатано в ОАО «Смоленский полиграфический комбинат».
214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.